Энергия электрического поля

Энергию любого заряженного конденсатора можно представить как энергию поля между обкладками. Найдем выражение для энергии электрического поля. Представим плоский конденсатор с емкостью C и энергией W_p:

$$W_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon}{2}(\frac{U}{d})^2 Sd \tag{1}$$

Ввиду эквипотенциальных обкладок имеем:

$$W_p = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}V \tag{2}$$

Разделив энергию на объем, получим плотность энергии:

$$w = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2} \tag{3}$$

В изотропных диэлектриках $\vec{E} \upuparrows \vec{D}$, поэтому

$$w = \frac{(\vec{E};\vec{D})}{2} \tag{4}$$

Вектор $\vec{D}$ можно раскрыть по определению:

$$w = \frac{(\vec{E};\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P})}{2} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{(\vec{E};\vec{P})}{2} \tag{5}$$

Ясно, что первое слагаемое представляет из себя плотность энергии поля $\vec{E}$ в вакууме. Покажем, что второе слагаемое равно энергии, затраченной на поляризацию диэлектрика.

Поляризация заключается в смещении зарядов q_i на некоторые расстояния $d\vec{r_i}$. Найдем элементарную работу:

$$dA = \sum_{V=1} q_i\vec{E}dr_i = \vec{E}d\sum_{V=1} q_i r_i \tag{6}$$

Сумма $\sum q_i r_i$ равна дипольному моменту единицы объема:

$$dA = (\vec{E};d\vec{P}) = \varkappa\varepsilon_0(\vec{E};d\vec{E}) = d(\frac{\varkappa\varepsilon_0 E^2}{2}) = d(\frac{(\vec{E};\vec{P})}{2}) \tag{7}$$

Отсюда получили, что работа, затрачиваемая на поляризацию единицы объема диэлектрика, равна:

$$A_{V=1} = \frac{(\vec{E};\vec{P})}{2} \tag{8}$$